Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + LLCER, veuillez visiter :
bac-maths-llcer.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du Baccalauréat – Polynésie 16 juin 2026

Jour 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

Une école de surf travaille avec des planches en mousse pour les cours débutants, et d'autres en résine pour les cours de perfectionnement. Les planches en mousse représentent 80 % du stock de l'école.
La gérante observe qu'après chaque saison,

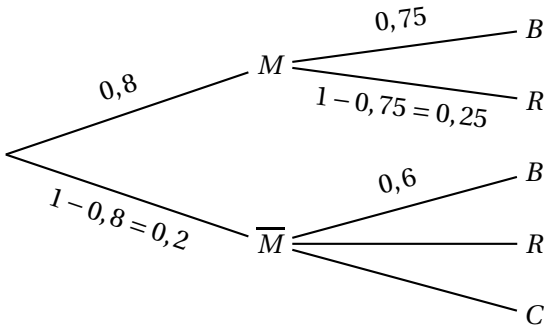
- 75 % des planches en mousse sont en bon état et réutilisables la saison suivante. Les autres sont recyclées (et donc non réutilisables) ;
- 60 % des planches en résine sont en bon état, les autres sont soit consolidées, soit recyclées.

Après une saison, on choisit une planche au hasard et on s'intéresse aux évènements suivants :

- M : « La planche est en mousse » ;
- B : « La planche est en bon état » ;
- R : « La planche sera recyclée » ;
- C : « La planche sera consolidée ».

Partie A

1. On complète l'arbre pondéré ci-dessous avec les données de l'énoncé.



2. On sait que $P\left(\overline{M} \cap R\right) = 0,05$.

a. Cela signifie que la probabilité que la planche choisie au hasard soit en résine et à recycler est égale à $0,05$.

b. On a choisi une planche en résine. La probabilité que cette planche soit consolidée pour la saison suivante est : $P_{\overline{M}}(C)$.

On sait que $P\left(\overline{M} \cap R\right) = 0,05$. Mais $P\left(\overline{M} \cap R\right) = P\left(\overline{M}\right) \times P_{\overline{M}}(R)$,

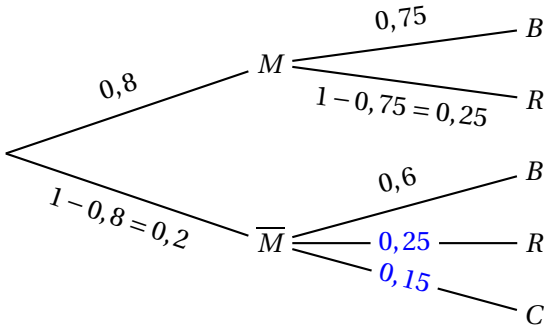
donc $P_{\overline{M}}(R) = \dfrac{P\left(\overline{M} \cap R\right)}{P\left(\overline{M}\right)} = \dfrac{0,05}{0,2} = 0,25$.

D'après les propriétés des probabilités, on a :

$P_{\overline{M}}(B) + P_{\overline{M}}(R) + P_{\overline{M}}(C) = 1$ donc $0,6 + 0,25 + P_{\overline{M}}(C) = 1$

et donc $P_{\overline{M}}(C) = 1 - 0,6 - 0,25 = 0,15$.

On peut donc compléter l'arbre pondéré.



3. La gérante affirme qu'après une saison, au moins $\frac{3}{4}$ des planches sont en bon état.
Il faut donc chercher $P(B)$. D'après la formule des probabilités totales :
$P(B) = P(M \cap B) + P\left(\overline{M} \cap B\right) = 0,8 \times 0,75 + 0,2 \times 0,6 = 0,72 < 0,75$
Donc la gérante a tort.

Partie B

La gérante du club de surf envisage de proposer à certains clients une remise pour la saison suivante.
Pour cela, elle imagine le jeu suivant qui sera proposé à chaque client :
Une urne contient 5 boules noires et un nombre n de boules rouges. Les boules sont indiscernables au toucher. Le client tire simultanément deux boules dans l'urne. Si les deux boules sont de même couleur, le client gagne une remise, sinon, il perd le jeu et n'obtient pas de remise.

1. Le client obtient une remise dans deux cas disjoints : il tire deux boules noires, ou il tire deux boules rouges (si $n \geqslant 2$).

- Il y a $n+5$ boules en tout : le nombre de façons de tirer simultanément 2 boules parmi $n+5$ est $\binom{n+5}{2}$.
- Il y a 5 boules noires : le nombre de façons de tirer simultanément 2 boules noires parmi 5 est $\binom{5}{2}$.
  Les boules sont indiscernables au toucher donc il y a équiprobabilité ; la probabilité de tirer 2 boules noires est donc $p_1 = \dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{n+5}{2}}$.
- Il y a n boules rouges : le nombre de façons de tirer simultanément 2 boules rouges parmi n est $\binom{n}{2}$.
  Les boules sont indiscernables au toucher donc il y a équiprobabilité ; la probabilité de tirer 2 boules rouges est donc $p_2 = \dfrac{\binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}$.

Les évènements « tirer 2 boules noires » et « tirer 2 boules rouges » sont disjoints donc la probabilité de tirer 2 boules de même couleur est :
$p = p_1 + p_2 = \dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{n+5}{2}} + \dfrac{\binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}} = \dfrac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}$.

2. On sait que $\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p! \times (n-p)!}$.
On en déduit que : $\binom{5}{2} = \dfrac{5!}{3! \times 2!} = \dfrac{5 \times 4}{2} = 10$, que : $\binom{n}{2} = \dfrac{n!}{(n-2)! \times 2!} = \dfrac{n(n-1)}{2}$,
et que : $\binom{n+5}{2} = \dfrac{(n+5)!}{(n+3)! \times 2!} = \dfrac{(n+5)(n+4)}{2}$.

Donc $p = \dfrac{10 + \frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \dfrac{\frac{20}{2} + \frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \dfrac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

3. La gérante souhaite s'assurer que la probabilité de gagner est inférieure à $\dfrac{1}{2}$.

On cherche donc n tel que $p < \dfrac{1}{2}$; on résout cette inéquation.

$$p < \frac{1}{2} \iff \frac{20+n(n-1)}{(n+5)(n+4)} < \frac{1}{2} \iff \frac{20+n(n-1)}{(n+5)(n+4)} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\iff \frac{2(20+n(n-1)) - (n+5)(n+4)}{2(n+5)(n+4)} < 0 \iff \frac{40+2n^2-2n-n^2-5n-4n-20}{2(n+5)(n+4)} < 0$$

$$\iff \frac{n^2-11n+20}{2(n+5)(n+4)} < 0 \iff n^2-11n+20 < 0 \text{ car } 2(n+5)(n+4) > 0$$

On étudie le signe du trinôme $x^2 - 11x + 20$.

$\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 20 = 121 - 80 = 41 > 0$; donc ce trinôme admet deux racines :

$x' = \dfrac{-(-11) - \sqrt{41}}{2 \times 1} = \dfrac{11 - \sqrt{41}}{2} \approx 2{,}3$ et $x'' = \dfrac{11 + \sqrt{41}}{2} \approx 8{,}7$

On en déduit le signe du trinôme.

x	$-\infty$		x'		x''		$+\infty$
ax^2+bx+c	signe de a		0	signe de $-a$	0	signe de a	
$x^2-11x+20$	$+$		0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des valeurs possibles du nombre n de boules rouges qu'elle peut mettre dans l'urne pour que la probabilité de remise est donc l'ensemble des nombres entiers entre $x' \approx 2{,}3$ et $x'' \approx 8{,}7$; c'est donc l'ensemble $\{3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8\}$.

Exercice 2 — 5 points

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\,\mathrm{e}^{-x}$.

Affirmation 1 : La limite de la fonction f en $+\infty$ est $+\infty$.

D'après les croissances comparées, on sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} = 0$, autrement dit $\lim\limits_{x\to+\infty} x\,\mathrm{e}^{-x} = 0$.
De plus on sait que $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0$.
Par somme ; $\lim\limits_{x\to+\infty} x\,\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-x} = 0$ et donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

Affirmation 1 fausse

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\,\mathrm{e}^x$.

Affirmation 2 : La fonction g est convexe sur l'intervalle $[-2\,;\,+\infty[$.

Pour déterminer la convexité de la fonction g, on étudie le signe de sa dérivée seconde g''.
$g(x) = x\,\mathrm{e}^x$ donc $g'(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + x \times \mathrm{e}^x = (x+1)\,\mathrm{e}^x$
$g''(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + (x+1) \times \mathrm{e}^x = (x+2)\,\mathrm{e}^x$
Pour tout réel x, $\mathrm{e}^x > 0$, et sur $]-2\,;\,+\infty[$, $x+2 > 0$.
Donc $g'' > 0$ sur $]-2\,;\,+\infty[$, donc la fonction g est convexe sur cet intervalle.

Affirmation 2 vraie

3. Affirmation 3 : Une intégration par parties permet d'obtenir : $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x\,\mathrm{d}x = -\pi$.

Sur l'intervalle $]0\,;\,\pi[$, $\sin x > 0$ donc $x\sin x > 0$;
D'après les propriétés de l'intégrale, on en déduit que $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x\,\mathrm{d}x > 0$.

Affirmation 3 fausse

4. On considère l'équation différentielle (E) : $y' = 2y - 5$ et la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{5}{2}$.

Affirmation 4 : La fonction h est la solution de (E) qui vaut 1 en 0.

$h(x) = -\dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{5}{2}$ donc $h'(x) = -\dfrac{3}{2}\times 2\mathrm{e}^{2x} = -3\mathrm{e}^{2x}$

- $2h(x) - 5 = 2\left(-\dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{5}{2}\right) - 5 = -3\mathrm{e}^{2x} + 5 - 5 = -3\mathrm{e}^{2x} = h'(x)$
  Donc la fonction h est solution de l'équation différentielle (E).
- $h(0) = -\dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{0} + \dfrac{5}{2} = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

Affirmation 4 vraie

5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous en Python :

```
def mystere(n):
    f = 1
    for k in range(1, n+1):
     f = f * k
  return f
```

Affirmation 5 : Le nombre renvoyé lors de l'exécution de `mystere(5)` est 120.

On fait tourner cet algorithme : comme on lance `mystere(5)`, la variable `n` vaut 5 et on fait tourner la boucle `for` pour `k` variant entre 1 et 5.

n	1	2	3	4	5
f	$1\times 1 = 1$	$1\times 2 = 2$	$2\times 3 = 6$	$6\times 4 = 24$	$24\times 5 = 120$

Pour `n=5` on obtient `f=120` ; la fonction `mystere` calcule la factorielle.

Affirmation 5 vraie

Exercice 3 — 5 points

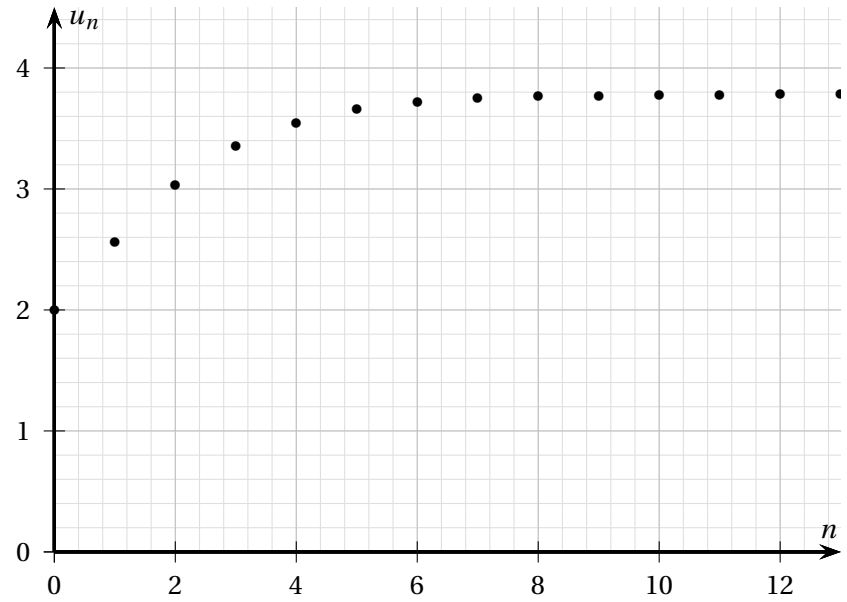
On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \ln\left(3x^2+1\right)$.
On admet que la fonction f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $\forall\, n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \ln\left(3u_n^2+1\right)$.

1. $u_1 = \ln\left(3u_0^2+1\right) = \ln\left(3\times 2^2+1\right) = \ln(13)$

2. La suite (u_n) est représentée ci-dessous.
Au vu de la représentation graphique de la suite, on peut conjecturer qu'elle est croissante, et qu'elle est convergente vers une limite inférieure ou égale à 4.



3. On va démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N} : 2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.
On appelle $\mathscr{P}_n$ cette propriété.

- **Initialisation**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 2$ et $u_1 = \ln(13) \approx 2,56$.
  Donc $2 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 4$; $\mathscr{P}_0$ est vraie.
- **Hérédité**
  On suppose $\mathscr{P}_n$ vraie, c'est-à-dire : $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.
  $$\begin{aligned}
  & 2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4 \\
  \iff \quad & 2^2 \leqslant u_n^2 \leqslant u_{n+1}^2 \leqslant 4^2 \\
  & \qquad \text{car la fonction carré est strictement croissante sur } \mathbb{R}_+ \\
  \iff \quad & 3 \times 2^2 \leqslant 3u_n^2 \leqslant 3u_{n+1}^2 \leqslant 3 \times 4^2 \qquad \text{on multiplie par 3} \\
  \iff \quad & 12 \leqslant 3u_n^2 \leqslant 3u_{n+1}^2 \leqslant 48 \\
  \iff \quad & 13 \leqslant 3u_n^2 + 1 \leqslant 3u_{n+1}^2 + 1 \leqslant 49 \qquad \text{on ajoute 1} \\
  \iff \quad & \ln(13) \leqslant \ln\left(3u_n^2 + 1\right) \leqslant \ln\left(3u_{n+1}^2 + 1\right) \leqslant \ln(49) \\
  & \qquad \text{car la fonction ln est strictement croissante sur } \mathbb{R}_+^* \\
  \iff \quad & \ln(13) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant \ln(49)
  \end{aligned}$$
  $\ln(13) \approx 2,56 \geqslant 2$ et $\ln(49) \approx 3,85 \leqslant 4$ donc on a : $2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 4$
  ce qui veut dire que la propriété est vraie au rang $n+1$ donc $\mathscr{P}_n \implies \mathscr{P}_{n+1}$.
- **Conclusion**
  La propriété est vraie pour $n = 0$. Elle est héréditaire pour tout $n \geqslant 0$. Donc, d'après le principe de récurrence, la propriété est vraie pour tout $n \geqslant 0$.

On a donc démontré que pour tout $n \in \mathbb{N} : 2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.

4. D'après la question précédente :

- $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout n, donc la suite (u_n) est croissante ;
- $u_n \leqslant 4$ pour tout n, donc la suite (u_n) est majorée.

La suite (u_n) est croissante majorée donc, d'après le théorème de la convergence monotone, la suite (u_n) est convergente.

Si on appelle ℓ la limite de la suite (u_n), d'après la question précédente, on peut déduire que $2 \leqslant \ell \leqslant 4$.

Partie B

On considère la fonction g définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = \ln(3x^2+1) - x$.

1. Pour tout réel $x \in [0\,;\,+\infty[$, on a :
$g'(x) = \dfrac{6x}{3x^2+1} - 1 = \dfrac{6x - 3x^2 - 1}{3x^2+1} = \dfrac{-3x^2+6x-1}{3x^2+1}$

2. On détermine le signe de $g'(x)$.
$3x^2+1 > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $-3x^2+6x-1$. On étudie le signe de ce trinôme.
$\Delta = 6^2 - 4\times(-3)\times(-1) = 36 - 12 = 24 > 0$ donc ce trinôme admet deux racines :
$x' = \dfrac{-6+\sqrt{24}}{2\times(-3)} = \dfrac{-6+\sqrt{24}}{-6} = \dfrac{6-\sqrt{24}}{6} \approx 0,18$ et $x'' = \dfrac{-6-\sqrt{24}}{2\times(-3)} = \dfrac{6+\sqrt{24}}{6} \approx 1,82$
On en déduit le signe du trinôme donc de $g'(x)$.

x	$-\infty$		x'		x''		$+\infty$
ax^2+bx+c	signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a		
$-3x^2+6x-1$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

Sur l'intervalle $]x''\,;\,+\infty[$, $g'(x) < 0$ donc g est strictement décroissante.
Or $x'' \approx 1,82 < 2$.
Donc l'intervalle $[2\,;\,4]$ est inclus dans $]x''\,;\,+\infty[$, donc $g'(x) < 0$ sur cet intervalle.
On peut donc conclure que g est strictement décroissante sur l'intervalle $[2\,;\,4]$.

3. On a :

- $g(2) \approx 0,56 > 0$;
- $g(4) \approx -0,11 < 0$;
- g est strictement décroissante sur $[2\,;\,4]$.

Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, on peut conclure que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $[2\,;\,4]$.
On appelle α cette solution. À la calculatrice on trouve $\alpha \approx 3,78$.

4. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \geqslant 0$.
La fonction f est dérivable donc continue.
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \ell$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} f(u_n) = f(\ell)$ et donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = f(\ell)$
Or la limite d'une suite est unique donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
On en déduit que $f(\ell) = \ell$ et donc que ℓ est une solution de l'équation $f(x) = x$ c'est-à-dire $f(x) - x = 0$ ou encore $g(x) = 0$.
On a noté plus haut que $2 \leqslant \ell \leqslant 4$ donc ℓ est une solution de l'équation $g(x) = 0$ appartenant à l'intervalle $[2\,;\,4]$.
On en déduit donc que $\ell = \alpha$.

Exercice 4 — 5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$.
On considère les points A(1 ;2 ; −1), B(0 ;3 ; 2), C(−2 ;4 ; 0) et D(8 ;2 ; −11).

1. **a.** Les points A, B et C définissent un plan si et seulement si ils ne sont pas alignés, si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 3-2 \\ 2-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

De même le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-1 \\ 4-2 \\ 0-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Or $x_{\overrightarrow{AB}} \times 3 = x_{\overrightarrow{AC}}$ et $y_{\overrightarrow{AB}} \times 3 = 3 \neq y_{\overrightarrow{AC}}$; donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On en conclut que les trois points A, B et C définissent un plan.

b. On considère le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 5 \times (-1) + 8 \times 1 + (-1) \times 3 = -5 + 8 - 3 = 0$ donc $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB}$.
$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 5 \times (-3) + 8 \times 2 + (-1) \times 1 = -15 + 16 - 1 = 0$ donc $\vec{n} \perp \overrightarrow{AC}$.
Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan (ABC) donc $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

c. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M $(x\,;\,y\,;\,z)$ tels que $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}$.

$\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \\ z+1 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \iff \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0 \iff (x-1) \times 5 + (y-2) \times 8 + (z+1) \times (-1) = 0$$
$$\iff 5x - 5 + 8y - 16 - z - 1 = 0 \iff 5x + 8y - z - 22 = 0$$

Donc le plan (ABC) a pour équation cartésienne : $5x + 8y - z - 22 = 0$.

d. On regarde si les coordonnées de D vérifient l'équation du plan.

$5x_D + 8y_D - z_D - 22 = 8 \times 5 + 8 \times 2 - (-11) - 22 = 40 + 16 + 11 - 22 = 45 \neq 0$

Donc le point D n'appartient pas au plan (ABC).

2. **a.** On considère la droite Δ, orthogonale au plan (ABC) et passant par D.

La droite Δ est orthogonale au plan (ABC) donc elle a pour vecteur directeur n'importe quel vecteur normal au plan, en particulier le vecteur $\vec{n}$.

La droite Δ est donc l'ensemble des points M $(x\,;\,y\,;\,z)$ tels que $\overrightarrow{DM}$ et $\vec{n}$ soient colinéaires, c'est-à-dire tels que $\overrightarrow{DM} = t.\vec{n}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

$$\overrightarrow{DM} = t.\vec{n} \iff \begin{cases} x-8 &= 5t \\ y-2 &= 8t \\ z-(-11) &= -t \end{cases} \iff \begin{cases} x &= 8+5t \\ y &= 2+8t \\ z &= -11-t \end{cases}$$

Donc une représentation paramétrique de la droite Δ est : $\begin{cases} x &= 8+5t \\ y &= 2+8t, \text{ avec } t \in \mathbb{R} \\ z &= -11-t \end{cases}$

b. On appelle E le point d'intersection de la droite Δ et du plan (ABC).

- Le point E appartient au plan (ABC) donc $5x_E + 8y_E - z_E - 22 = 0$.
- Le point E appartient à la droite Δ donc il existe un réel t tel que $\begin{cases} x_E &= 8+5t \\ y_E &= 2+8t \\ z_E &= -11-t \end{cases}$

Le réel t vérifie donc l'équation : $5(8+5t) + 8(2+8t) - (-11-t) - 22 = 0$, c'est-à-dire : $40 + 25t + 16 + 64t + 11 + t - 22 = 0$ soit : $90t + 45 = 0$ donc : $t = -\dfrac{1}{2}$

On a donc : $\begin{cases} x_E = 8+5\times\left(-\frac{1}{2}\right) \\ y_E = 2+8\times\left(-\frac{1}{2}\right) \\ z_E = -11-\left(-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} x_E = \frac{11}{2} \\ y_E = -2 \\ z_E = -\frac{21}{2} \end{cases}$

c. La valeur exacte de la longueur DE, distance du point D au plan (ABC) est :

$$\text{DE} = \sqrt{(x_E-x_D)^2+\left(y_E-y_D\right)^2+(z_E-z_D)^2} = \sqrt{\left(\frac{11}{2}-8\right)^2+(-2-2)^2+\left(-\frac{21}{2}-(-11)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2+(-4)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}+16+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

3. On note H le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}\,;\frac{10}{3}\,;\frac{4}{3}\right)$.

On admet qu'une représentation paramétrique de la droite (BC) est :

$$\begin{cases} x = -2k \\ y = 3+k \\ z = 2-2k \end{cases}, \quad \text{avec } k\in\mathbb{R}.$$

Avec un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats suivants :

Entrée 1 : $(-2/3-1)*(-2)+(10/3-2)*1+(4/3-(-1))*(-2)$ **Sortie 1 :** $\to 0$
Entrée 2 : RésoudreSystème$(-2k = -2/3,\ 3+k = 10/3,\ 2-2k = 4/3)$ **Sortie 2 :** $\to k = 1/3$
Entrée 3 : RacineCarrée$\left((-2/3-1)^2+(10/3-2)^2+(4/3+1)^2\right)$ **Sortie 3 :** $\to$ RacineCarrée(10)
Entrée 4 : RacineCarrée$\left((-2-0)^2+(4-3)^2+(0-2)^2\right)$ **Sortie 4 :** $\to 3$

a.

- $\overrightarrow{\text{AH}}$ a pour coordonnées : $\begin{pmatrix} -\frac{2}{3}-1 \\ \frac{10}{3}-2 \\ \frac{4}{3}-(-1) \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}$: $\begin{pmatrix} -2-0 \\ 4-3 \\ 0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

  Le premier résultat de la feuille de calculs signifie que le produit scalaire $\overrightarrow{\text{AH}}\cdot\overrightarrow{\text{BC}}$ est nul, donc que (AH) $\perp$ (BC).

- D'après le 2e résultat de la feuille de calculs, le système $\begin{cases} -2k = -\frac{2}{3} \\ 3+k = \frac{10}{3} \\ 2-2k = \frac{4}{3} \end{cases}$ admet une solution unique ; donc les coordonnées de H vérifient la représentation paramétrique de la droite (BC).

  Donc le point H appartient à la droite (BC).

De ces deux résultats, on peut déduire que le point H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).

b. On veut déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

Le volume du tétraèdre ABCD est égal à un tiers du produit de l'aire de la base ABC par la hauteur h relative à cette base.

- La hauteur h est la distance entre le point D et le plan (ABC), c'est-à-dire DE soit $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

- D'après la question précédente, [AH] est la hauteur du triangle ABC relative au côté [BC] ; donc l'aire du triangle ABC est : $\mathscr{A} = \dfrac{\text{AH} \times \text{BC}}{2}$.
  D'après le 3e résultat de la feuille de calculs, on a : $\text{AH} = \sqrt{10}$.
  D'après le 4e résultat de la feuille de calculs, on a : $\text{BC} = 3$.
  On en déduit que $\mathscr{A} = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

Le volume du tétraèdre ABCD est égal à : $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{3\sqrt{10}}{2} \times \dfrac{3\sqrt{10}}{2} = \dfrac{15}{2}$.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.